

OLIMPIADA DE MATEMATICĂ A SATELOR DIN ROMÂNIA

BAREM CORECTARE – ETAPA JUDEȚEANĂ

CLASA a V-a 7.03.2025

Problema 1. (7 puncte)

Se dau numerele $A = 2^{2025} - 2^{2024} + 3 \cdot 2^{2023}$ și $B = 1 + 3 + 5 + \dots + 99$.
Verificați care dintre ele este divizibil cu 5 și care este pătrat perfect.

Soluție:

$$A = 2^{2023} \cdot (2^2 - 2 + 3) = 2^{2023} \cdot 5, \quad A : 5, \quad A \text{ nu este p. p.} \dots\dots\dots(4p)$$

$$B = (99 + 1) \cdot 50 : 2 = 50^2, \quad B : 5, \quad B \text{ este p. p.} \dots\dots\dots(3p)$$

Problema 2. (7 puncte)

Aflați toate numerele de trei cifre care se micșorează de șase ori după ștergerea primei cifre.

Soluție:

$$\overline{abc} = 6 \cdot \overline{bc} \dots\dots\dots(2p)$$

$$100 \cdot a + \overline{bc} = 6 \cdot \overline{bc} \Rightarrow 100 \cdot a = 5 \cdot \overline{bc} \Rightarrow 20 \cdot a = \overline{bc} \dots\dots\dots(3p)$$

Atunci a poate fi 1,2,3 sau 4. Numerele căutate sunt 120, 240, 360 și 480.....(2p)

Problema 3. (7 puncte)

Moș Cizmă le propune celor trei nepoți Sandală, Pantof și Adidas un joc. Le dă pe rând, în această ordine, bilete cu numerele 1, 3, 7, 15, 31, 63,

- Aflați al patrulea bilet primit de Pantof.
- Verificați dacă vreunul dintre biletele primite are pe el unul dintre numerele 2025 sau 8191. Dacă da, precizați cine îl primește.

Soluție:

- Observăm că numerele de pe bilete respectă regula :
 $1 = 2^1 - 1, 3 = 2^2 - 1, 7 = 2^3 - 1, 15 = 2^4 - 1, \dots\dots\dots(2p)$

Al patrulea bilet primit de Pantof este biletul al 11-lea, adică
 $2^{11} - 1 = 2048 - 1 = 2047 \dots\dots\dots(2p)$

- 2025 este între numărul de pe biletul 10 și numărul de pe biletul 11,
deci nu poate fi pe vreun bilet.(1p)
 $8191 = 2^{13} - 1$, va fi al 13-lea bilet(1p)
va fi primit de Sandală(1p)

Problema 4. (7 puncte)

Cățelul Jack își împarte bobیțele pe zile. Dacă le împarte câte 20 pe zi, îi rămân 100 de bobیțe, iar dacă le împarte câte 30 pe zi, constată că pentru ultimele 4 zile îi mai rămân doar 15 pe zi. Câte bobیțe are Jack și pe câte zile a vrut să le împartă?

Soluție:

$$\begin{array}{cccccccc} 20 & 20 & 20 \dots\dots\dots 20 & 20 & 20 & 20 & 20 & +100 \\ 30 & 30 & 30 \dots\dots\dots 30 & 15 & 15 & 15 & 15 & \text{ schiță sau raționament} \dots\dots\dots \end{array} (3p)$$

$$20+20+20+20+100=180 \dots\dots\dots(2p)$$

$$180-60=120, 120:10=12, \text{ avem } 12+4=16 \text{ zile} \dots\dots\dots(1p)$$

$$\text{Bobیțe : } 30 \times 12 + 15 \times 4 = 360 + 60 = 420 \dots\dots\dots(1p)$$

„Binele ce-l faci la oarecine, ți-l întoarce vremea care vine”

Anton Pann

Felicitări!