OLIMPIADA DE MATEMATICĂ A SATELOR DIN ROMÂNIA

ETAPA JUDEȚEANĂ 16.03.2024

CLASA a V-a

Problema 1. (7 puncte)

a) Determinați ultima cifră a numărului

$$A = 10^{11} + 11^{12} + 12^{13} + 13^{14} + 14^{15} + 15^{16} + 16^{17} + 17^{18} + 18^{19} + 19^{20}$$

b) Aflați numărul $\overline{abc}$, știind că $2 \cdot c = 19 : a - 7 \cdot b$

Problema 2. (7 puncte)

Aflați restul împărțirii numărului

$$x = 7 + 97 + 997 + 9997 + \ldots + \underbrace{999\ldots.99}_{de\ 2024\ ori}7 + 2024 \quad \text{la } 3.$$

Problema 3. (7 puncte)

Moș Cizmă le propune celor patru nepoți un joc matematic de echipă. Le dă fiecăruia un bilet cu numere. Sandală are pe bilet $2 \cdot n + 1$, Pantof are pe bilet $3 \cdot n + 2$, Adidas are $4 \cdot n + 3$, iar Nike are pe bilet $6 \cdot n + 1$, unde n este număr natural prim.

Moș Cizmă îi provoacă să determine numerele naturale n, pentru care cele patru numere sunt prime în același timp. Puteți să-i ajutați? Dacă da, care sunt numerele n?

Problema 4. (7 puncte)

Pe o masă sunt expuse mai multe bilete, după următoarea regulă:

Bilet 1		Bilet 2		Bilet 3		Bilet 4		Bilet 5	
1	4	8	7	15	10	22	13	29	16

Miți afirmă că are biletul 27 și pe el are numărul 83. Piți afirmă că are biletul 35 și suma numerelor de pe bilet este 340. Riți afirmă că are biletul 45 și că suma tuturor numerelor de pe biletele 1, 2, 3, 4, 5, ..., 45 este 10125. Câștigă jocul cea care spune adevărul. Aflați cine a câștigat.

Subiectele au fost - propuse de prof. Simona Maria Pop - Colegiul Augustin Maior Cluj-Napoca
prof. Anca Cristina Hodorogea –ISJ Cluj
prof. Emilia Copaciu - Colegiul Ana Aslan Cluj-Napoca
- traduse de prof. Edit Szasz, Colegiul Tehnic Turda

Toate subiectele sunt obligatorii.
Timp efectiv de lucru - 2 ore.

„Binele ce-l faci la oarecine, ți-l întoarce vremea care vine"
Anton Pann

Succes!

OLIMPIADA DE MATEMATICĂ A SATELOR DIN ROMÂNIA

ETAPA JUDEȚEANĂ 16.03.2024

CLASA a VI-a

Problema 1. (7 puncte)

Se consideră mulțimile A și B, finite și nedisjuncte. Dacă cardinalul mulțimii $A \cap B$ reprezintă 25% din cardinalul mulțimii A și 20% din cardinalul mulțimii B, să se determine cât la sută reprezintă cardinalul mulțimii $A \setminus B$ din cardinalul mulțimii $B \setminus A$.

Problema 2. (7 puncte)

Numerele naturale nenule a, b, c, d sunt invers proporționale cu numerele $\frac{1}{2}, \frac{1}{3a}, \frac{1}{4b}, \frac{1}{5c}$, iar $2a + \frac{2b}{3a} + \frac{c}{2b} + \frac{4d}{5c} = 24$.

a) Să se determine numerele a, b, c, d.

b) Stabiliți dacă, adunând, câte două, câte trei, sau câte patru numerele a, b, c, d se poate obține un număr natural pătrat perfect.

Problema 3. (7 puncte)

Determinați numerele întregi x pentru care fracția $\frac{x^2+4}{x+2}$ este număr întreg.

Problema 4. (7 puncte)

Fie triunghiul ABC cu $\sphericalangle BAC = 90°$. Bisectoarele interioare ale unghiurilor ABC și ACB intersectează laturile AC și AB în punctele N, respectiv M. Notăm cu P și Q picioarele perpendicularelor duse din M și N pe BC. Aflați măsura unghiului PAQ.

(GM nr 1/2024)

Subiectele au fost - propuse de prof. Sorin Pop – Colegiul de Muzică Sigismund Toduță Cluj-Napoca
prof. Sorin Galea - Colegiul Ana Aslan Cluj-Napoca
prof. Ioan Balica - Inspectoratul Școlar Județean Cluj
- traduse de prof. Edit Szasz, Colegiul Tehnic Turda

Toate subiectele sunt obligatorii.
Timp efectiv de lucru - 2 ore.

„Binele ce-l faci la oarecine, ți-l întoarce vremea care vine"
Anton Pann

Succes!

OLIMPIADA DE MATEMATICĂ A SATELOR DIN ROMÂNIA

ETAPA JUDEȚEANĂ 16.03.2024

CLASA a VII-a

Problema 1. (7 puncte)

Arătați că, dacă $\sqrt{\overline{34xy}}$ este număr natural, atunci și $\sqrt{\overline{xy}}$ este număr natural, unde x și y sunt cifre nenule din sistemul zecimal.

Problema 2. (7 puncte)

a) Dați un exemplu de două numere naturale nenule x și y, care verifică relația: $\frac{1}{x}+\frac{1}{y}=\frac{1}{4}$.

b) Rezolvați ecuația: $\frac{1}{x}+\frac{1}{y}=\frac{1}{4}$, $x,y \in \mathbb{Z}^*$.

Problema 3. (7 puncte)

Se consideră trapezul dreptunghic $ABCD$, $AD \parallel BC, AD < BC, \sphericalangle A = \sphericalangle B = 90°$, iar M este mijlocul laturii AB. Fie $CM \cap AD = \{N\}$. Se dă $DM \perp AC$.

a) Demonstrați că patrulaterul $ACBN$ este paralelogram.

b) Demonstrați că $BD \perp MC$.

Problema 4. (7 puncte)

Se consideră triunghiul ABC și punctele M și N pe latura BC, astfel încât $\frac{AB}{BM}=\frac{BC}{AB}$ și $\sphericalangle ABC \equiv \sphericalangle CAN$.

a) Arătați că $AC^2 = BC \cdot CN$.

b) Arătați că triunghiul AMN este isoscel.

Subiectele au fost - propuse de prof. Ioan Balica - Inspectoratul Școlar Județean Cluj
prof. Paula Balica - Școala Gimnazială Ion Agârbiceanu Cluj-Napoca
- traduse de prof. Edit Szasz, Colegiul Tehnic Turda

Toate subiectele sunt obligatorii.
Timp efectiv de lucru - 2 ore.

„Binele ce-l faci la oarecine, ți-l întoarce vremea care vine"
Anton Pann

Succes!

OLIMPIADA DE MATEMATICĂ A SATELOR DIN ROMÂNIA
ETAPA JUDEȚEANĂ 16.03.2024
CLASA a VIII-a

Problema 1. (7 puncte)

a) Arătați că $\frac{a}{b}+\frac{b}{a}\geq 2$, pentru orice a, b, numere reale nenule, pozitive.

b) Demonstrați că $\frac{\sqrt{2}+\sqrt{3}}{\sqrt{5}}+\frac{\sqrt{3}+\sqrt{5}}{\sqrt{2}}+\frac{\sqrt{2}+\sqrt{5}}{\sqrt{3}}>6$.

Problema 2. (7 puncte)

Se consideră expresia : $E(x)=\left(\frac{x-6}{x^2-25}+\frac{x}{5-x}-\frac{2x}{x^2+4x-5}:\frac{x^2+x}{1-x^2}+\frac{x^2-x-2}{x^2+6x+5}\right):\frac{(3x+2)(x-1)}{x^2-25}$,

unde $x\in\mathbb{R}\setminus\left\{-5;\ -\frac{2}{3};\ -1;0;\ 1;\ 5\right\}$

a) Arătați că $E(x)=-\frac{3}{x-1}$.

b) Arătați ca suma soluțiilor întregi ale inecuației $\left|\frac{3}{E(x)}\right|\leq 5$ este număr natural par.

Problema 3. (7 puncte)

Fie pătratul $ABCD$ cu latura de $8\ cm$, punctele E, F, G, H aparțin laturilor AB, BC, CD respectiv DA astfel încât $AE=BF=CG=DH=\frac{3}{4}\cdot AB$. Pe planul pătratului se ridică perpendiculara $AQ=4{,}8\ cm$.

a) Arătați că $EFGH$ este pătrat.
b) Arătați că $AF\perp GB$.
c) Determinați distanța de la punctul Q la dreapta BG.

Problema 4. (7 puncte)

Prisma triunghiulară regulată $ABCA'B'C'$ are înălțimea egală cu $8\sqrt{3}\ cm$ și aria triunghiului ΔOAB egală cu $16\sqrt{3}\ cm^2$, unde $\{O\}=BA'\cap AB'$.

a) Arătați că latura bazei este egală $8\ cm$.
b) Arătați că $OE\parallel$ (ABC), unde E este mijlocul lui CC'.
c) Determinați măsura unghiului format de planele (BA'E) și (ABC).

Subiectele au fost - propuse de prof: Elena Măgdaș, Școala Gimnazială "Horea" Cluj-Napoca
prof: Ioana Ludușan, Colegiul Național "Gheorghe Șincai" Cluj-Napoca
- traduse de prof. Edit Szasz, Colegiul Tehnic Turda

Toate subiectele sunt obligatorii.
Timp efectiv de lucru - 2 ore.

„Binele ce-l faci la oarecine, ți-l întoarce vremea care vine"
Anton Pann

Succes!